

Phénomènes quantiques pour le traitement du signal et des images

Nicolas GILLARD

Journée des doctorants du LARIS
21 juin 2018

Directeur de thèse : François CHAPEAU-BLONDEAU
Coencadrant : Étienne BELIN
LARIS, Université d'Angers.



- La tendance des dispositifs de traitement du signal et des images à une réduction vers leurs limites physiques ainsi que la possibilité d'exploitation de propriétés spécifiquement quantiques justifient l'intérêt grandissant pour les **problématiques quantiques du traitement de l'information, du signal et des images**.
- Nous étudions dans le cadre de cette thèse l'information quantique pour le traitement du signal et des images.
- Plus particulièrement nous cherchons à caractériser les possibilités d'**amélioration** des processus de :
 - **traitement du signal bruité** à l'aide de **phénomènes purement quantiques**.
 - **traitement d'image** à l'aide de **phénomènes purement quantiques**.

Le qubit

Dans le domaine **classique** on peut stocker une information sur un ou plusieurs **bits** avec ses 2 états 0 et 1.

Dans le domaine **quantique** la brique élémentaire pour le stockage d'information est le **qubit** avec ses 2 états de base $|0\rangle$ et $|1\rangle$ de l'espace de Hilbert complexe de dimension 2 \mathcal{H}_2 . Un qubit peut s'écrire sous la forme :

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle.$$

Le qubit peut alors être dans un état de **superposition** à la fois dans l'état $|0\rangle$ et $|1\rangle$. Lors de la mesure **projective** du qubit dans la base $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ le qubit est projeté dans l'état $|0\rangle$ avec une probabilité $|\alpha|^2$ ou dans l'état $|1\rangle$ avec une probabilité $|\beta|^2$.

- La mesure se fait par **projection** dans une base orthonormée.
- L'évolution du qubit est limité aux opérateurs **unitaires**.

Parallélisme quantique pour le codage d'images

Dans le domaine classique une image est représentable par un registre d'intensité $I(\vec{a})$ pour chaque pixel.

Dans le domaine quantique une image de N pixels peut être codée sous la forme quantique **superposée** :

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{a}} |\vec{a}\rangle |I(\vec{a})\rangle,$$

avec les intensités codées en **superposition** dans un **registre d'intensité** repérées par un **registre d'adresse**.

Double bénéfice :

→ Possibilité d'une représentation quantique plus **compacte** que les représentations classiques.

ET

→ Possibilité de traiter en **parallèle** les N pixels en superposition.

Parallélisme quantique pour l'identification de modèle d'images

On cherche à identifier le modèle dont l'image binaire est issue.

On considère ici des modèles du type $I(\vec{a}) = \vec{c} \cdot \vec{a} \oplus b$.

Images requêtes :



Modèle :

$b=0$

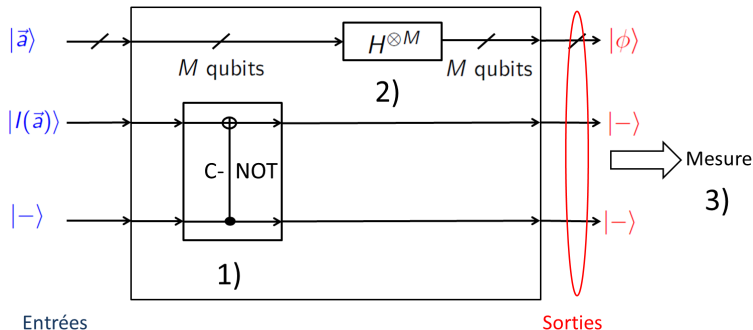
$\vec{c} = \overrightarrow{011010}$

$b=0$

$\vec{c} = \overrightarrow{100000}$

N. Gillard, E. Belin, F. Chapeau-Blondeau, "Digital image processing with quantum approaches", *8th International Conference on Image and Signal Processing*, Cherbourg, France, 2-4 July 2018. (accepté)

Parallélisme quantique pour l'identification de modèle d'images

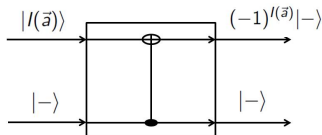


Un codage sous une forme quantique **superposée** permet de trouver le modèle correspondant à l'image requête avec un algorithme exploitant le **parallélisme quantique**.

Circuit quantique pour l'identification de modèle d'images

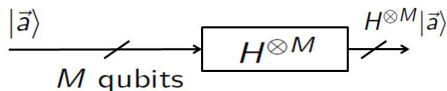
1) On applique sur la représentation quantique du registre d'intensité à 1 qubit de l'image requête $I(\vec{a})$ un opérateur **unitaire** Controlled-NOT (C-NOT) produisant un OU Exclusif avec un qubit auxiliaire

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle).$$



2) Puis on applique l'opérateur **unitaire** d'Hadamard H sur le registre d'adresse à M qubits repérant chacun des $N = 2^M$ pixels de l'image requête $I(\vec{a})$. L'opérateur d'Hadamard agissant sur un vecteur d'état $|\vec{a}\rangle$ de M qubits comme suit :

$$H^{\otimes M}|\vec{a}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\vec{z} \in \{0,1\}^M} (-1)^{\vec{a} \cdot \vec{z}} |\vec{z}\rangle, \forall \vec{a} \in \{0,1\}^M.$$



Circuit quantique pour l'identification de modèle d'images

On a alors le registre d'adresse transformé :

$$|\phi\rangle = 2^{-M} \sum_{\vec{z} \in \{0,1\}^M} w(\vec{z}) |\vec{z}\rangle,$$

avec $w(\vec{z}) = \sum_{\vec{a} \in \{0,1\}^M} (-1)^{\vec{c} \cdot \vec{a} \oplus b \oplus \vec{a} \cdot \vec{z}}$.

3) On mesure alors le registre d'adresse transformé par **projection** dans la base de codage.

Le registre d'adresse transformé est alors projeté dans l'état $|\vec{c}\rangle$ de poids

$$w(\vec{c}) = \sum_{\vec{a} \in \{0,1\}^M} (-1)^b$$
 correspondant au vecteur \vec{c} du modèle. La valeur

du paramètre b du modèle est obtenu par mesure de l'intensité du premier pixel $I(\vec{0})$.

Un codage sous une forme quantique **superposée** permet de trouver le modèle correspondant à l'image requête avec un algorithme exploitant le **parallélisme quantique** de **complexité algorithmique $O(1)$ comparée à celle d'un algorithme classique $O(N)$** .

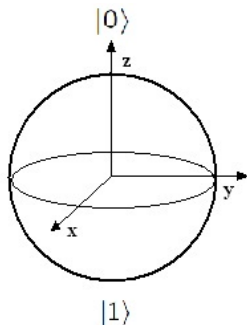
En plus d'études sur le traitement d'images aidé par le **parallélisme quantique**, nous avons étudié l'**amélioration** de processus de traitement du signal par le **bruit quantique**.

Représentation de Bloch

Un qubit peut être représenté sous la forme d'un vecteur $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$ lié au vecteur d'état $|\psi\rangle$ par l'équation :

$$|\psi\rangle\langle\psi| = \frac{1}{2}(I_2 + \vec{r} \cdot \vec{\sigma}).$$

Le vecteur de Bloch du qubit appartient alors à une sphère de rayon unité appelée sphère de Bloch.



Régime de bruit utile dans l'estimation de paramètre sur un qubit

On cherche à estimer un paramètre d'un qubit bruité.

(1) Un qubit est préparé avec un paramètre $\xi : \vec{r} \rightarrow \vec{r}_\xi$.

(2) Le qubit est ensuite bruité : $\vec{r}_\xi \xrightarrow{\mathcal{N}} \vec{r}_\xi' = A\vec{r}_\xi + \vec{c}$.

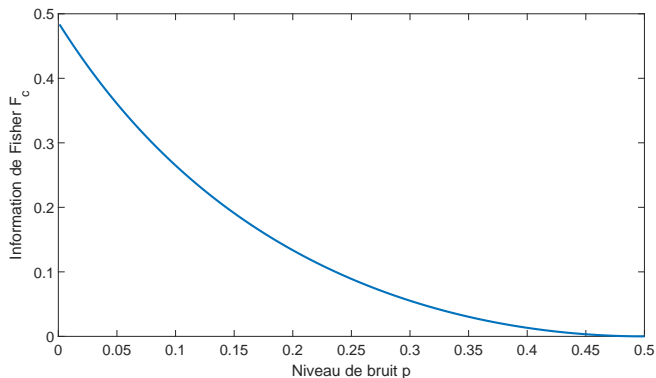
(3) Puis une mesure est réalisée par **projection** du qubit dans une base $\{\vec{\omega}, -\vec{\omega}\}$.

La performance du processus d'estimation est évaluée par l'information de Fisher :

$$F_c(\xi) = \frac{[\vec{\omega}A(\vec{n} \times \vec{r}_\xi)]^2}{1 - [\vec{\omega}(A\vec{r}_\xi + \vec{c})]^2}.$$

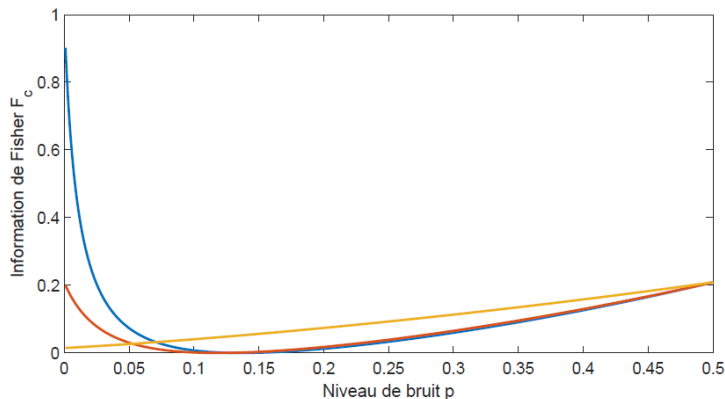
N. Gillard, E. Belin, F. Chapeau-Blondeau, "Stochastic antiresonance in qubit phase estimation with quantum thermal noise" *Physics Letters A* 381, 2621-2628 (2017).

Comportement attendu dans l'estimation de paramètre sur un qubit



Une **augmentation du niveau de bruit** provoque ici une **détérioration de la performance** du processus d'estimation.

Bruit utile dans l'estimation de paramètre sur un qubit



Sous certaines conditions une **augmentation du niveau de bruit** peut provoquer une **amélioration de la performance** du processus d'estimation.

- Nous avons étudié des problèmes de traitement du signal quantique et la possibilité de les améliorer avec une augmentation du niveau de bruit.
- Nous avons aussi étudié des problèmes de traitement d'images et leur résolution utilisant la parallélisation grâce à des propriétés quantiques.
- Nous avons montré l'apport de phénomènes spécifiquement quantique pour le traitement du signal et des images.

Merci pour votre attention