

**UNIVERSITE D'ANGERS
ISTIA**

ECOLE DOCTORALE D'ANGERS

Master 2 Recherche

Spécialité : Systèmes Dynamique et Signaux

Présenté par

Mohamed BENAÏSSA

à l'ISTIA – Université d'Angers

**Etude des Systèmes de convoyage à l'aide des réseaux de
Petri et de l'algèbre $(\max,+)$:
Application au Système de transitique de l'ISTIA**

Responsable de stage :
Bertrand Cottenceau

Juin 2007

Laboratoire : LISA EA 4014– Université d'Angers
62, avenue Notre Dame du Lac – 49000 Angers

Table des matières

Introduction	6
1. Système de transport de palettes de l'ISTIA	8
2. Modèle de convoyeurs	10
2.1. Modèle en Réseaux de Petri d'un convoyeur à N places	10
2.2. Modèle (max,+)-linéaire du comportement du convoyeur	11
2.3. Modèle simplifié du convoyeur	16
3. Composition de convoyeurs	18
3.1. Mise en série de 2 convoyeurs (avec un stock intermédiaire illimité)	18
3.2. Mise en série de 2 convoyeurs (sans stock intermédiaire)	18
3.3. Exemple	20
4. Modèle RdP de la ligne de transport de l'ISTIA	24
4.1. Modèle RdP complet	24
4.2. Transformation du problème de partage de ressources	25
4.3. Réseau de Petri englobant le fonctionnement temporel du RdP initial	29
Conclusion	32

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Automatisés (LISA) EA4014 Université d'Angers.

Tout d'abord, je remercie M. Jean-Louis Ferrier, pour m'avoir donné l'opportunité d'effectuer un stage au sein du laboratoire qu'il dirige.

Je remercie également M. Bertrand Cottenceau, pour la qualité de son encadrement, son aide, ainsi que ses conseils et ses remarques avisées.

Je remercie aussi, tous les doctorants du LISA pour leur patience, leur soutien ainsi que pour leur aide.

Première partie

Introduction

Un processus de production peut être vu comme une alternance d'opérations de production, effectuées sur des postes de travail et d'opérations de transport des produits entre ces postes de travail. Ces opérations de transport sont importantes, elles sont souvent déterminantes pour la qualité de fonctionnement du système. L'étude des systèmes de transfert automatisés s'est beaucoup développée avec l'apparition de nouveaux aspects des Réseaux de Petri comme la théorie des systèmes linéaires dans les *dioides*. Cette théorie, qui a vu le jour au début des années 80, [J.L. Boimond (1999)] concerne les systèmes dynamiques à événements discrets qui mettent en jeu essentiellement des phénomènes de synchronisation et de délai [Cohen, G. (1995)].

Plus précisément, il a été mis en évidence que cette classe de systèmes admet une représentation linéaire à condition qu'elle soit décrite dans une structure algébrique particulière appelée *diode*. Depuis l'introduction de cette théorie, de gros efforts ont été entrepris afin de transposer, ou d'adapter, les concepts et résultats de la théorie conventionnelle des systèmes linéaires dans cette structure et qui a permis de donner une nouvelle vision sur la gestion et la commande des systèmes de transfert automatisés [J.L. Boimond (1999)][L.Hardouin (2004)].

On souhaite dans la suite de notre travail, obtenir un modèle graphique (RdP) et un modèle (max, +)-linéaire de certaines parties du système de transitique de l'ISTIA (salle 216). Il est montré ici que le système considéré peut être décrit par un RdP temporisé comportant des conflits. On propose ici une solution *ad hoc* pour la résolution des conflits. On commence notre travail par :

- Une description du système de transitique de l'ISTIA à accumulation
- La modélisation d'un convoyeur par un réseau de Petri temporisé
- Le modèle (max, +) du système et le calcul du transfert sur le dioïde $\overline{Z}_{\max} \llbracket \gamma \rrbracket$
- La mise en série de convoyeurs et le transfert associé
- La modélisation du système transitique de l'ISTIA, par un RdP temporisé
- Une transformation du RdP à 4 sous-systèmes décrits par un GET avec incertitudes temporelles

Deuxième partie

**Description du système de transport
de l'ISTIA**

Chapitre 1

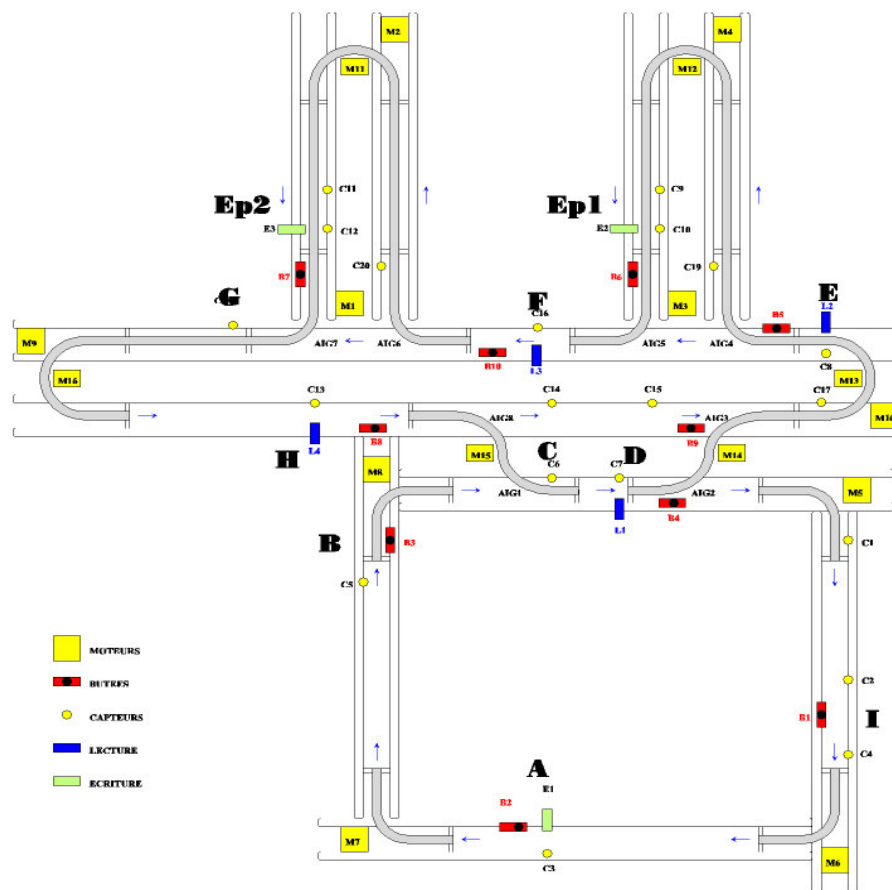
Il existe une très grande variété de systèmes de transfert (Pont-roulants, convoyeurs aériens, chariots, train de chariots, convoyeurs au sol,...) [P. Castagna (2004)].

En réalité, si on s'intéresse à la dynamique de fonctionnement de ces systèmes, on ne retient que deux familles de systèmes : les convoyeurs et les chariots.

Les convoyeurs sont des systèmes techniques qui équipent le chemin permettant d'aller de l'origine vers la destination. Ils sont deux types : à accumulation et sans accumulation. Les convoyeurs sans accumulation ne font qu'introduire un retard entre l'émission d'un produit à l'entrée et sa réception à la sortie. Les convoyeurs à accumulation permettent le blocage d'un produit. Ils peuvent être modélisé par une file d'attente de type FIFO.

1. Système transitique de l'ISTIA (salle 116)

Le système de transport de palettes de l'ISTIA est constitué de différents convoyeurs capables de transporter des palettes du point de chargement A jusqu'à la zone des épis (Ep1 ou Ep2) où les produits subissent un traitement. Ensuite les palettes sont acheminées jusqu'à la zone de déchargement en I. Les débuts et fins des différents convoyeurs sont notés A à I sur le schéma ci-dessous.



Les trajets effectués par les palettes sont les suivants:

Trajet A - B - C - D - E pour aller jusqu'aux épis.

Sur la portion B - C, l'utilisation de l'aiguillage1 est partagée par les palettes effectuant le trajet H- C.

Au point E, les palettes sont affectées de façon équilibrée aux épis Ep1 ou Ep2 (½ dans chaque épis) Les trajets possibles sont alors

soit E - Ep1 - F - G

soit E - F - Ep2 - G

Dans les épis Ep1 ou Ep2, les produits subissent un traitement de 30 unités de temps.

Ensuite les palettes effectuent le trajet G – H – C – D - I. Sur la portion H - C, l'utilisation de l'aiguillage1 est partagée par les palettes effectuant le trajet B- C.

2. Ressources partagées.

Comme décrit ci-dessus, l'aiguillage 1 est une ressource partagée par les palettes effectuant le trajet B - C et H - C. De même, les trajets Ep1 - F et E - F partagent une ressource (aiguillage 5), ainsi que les trajets F-G et Ep2-G (aiguillage 7).

3. Les temps de transports / la taille des convoyeurs

Tous les convoyeurs ont la même vitesse normalisée à 1 cellule/unité de temps. Le nombre de cellules des convoyeurs est décrit ci-dessous :

A-B : 8 B-C : 6 C-D : 2 D-E : 13

E-Ep1-F-G : 10 – 4 - 7 E-F-Ep2-G: 5 – 12 - 4

G-H : 9 H-C : 7 C-D-I : 2-8

4. Contrôle automatisé de la ligne

Des Automates Programmables Industriels (API) pilotent l'ensemble des actionneurs (butées, aiguillage), ce en fonction de différents capteurs présents sur la ligne. En mode automatique, les affectations des palettes aux épis, l'affectation des aiguillages partagés, ainsi que le contrôle du nombre de palettes dans certaines zones sont gérés par les programmes des API. Ces API permettent notamment de limiter à 6 le nombre de palettes entre le point B et le point E (afin de limiter la file d'attente en amont de E) et de limiter à 8 le nombre de palettes dans les épis (entre E et G). Ces limitations des en-cours n'ont pas d'incidence sur la capacité de production.

Chapitre 2

2. Modèles de convoyeurs :

Dans cette section, on s'intéresse à la modélisation des convoyeurs. On propose d'abord un modèle réseau de Petri, puis une modélisation dans l'algèbre (max,+).

2.1. Modèle en Réseaux de Petri d'un convoyeur à N places :

On s'intéresse tout d'abord au comportement des convoyeurs (avec accumulation) isolément. La figure (1) représente un convoyeur qui est formé de N cellules identiques, capable de convoyer les palettes à la vitesse de 1 cellule/unité de temps.

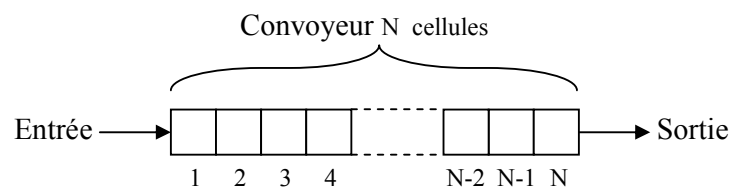


Figure (1)

Chaque cellule de ce convoyeur peut être représentée par le réseau de Petri élémentaire suivant :

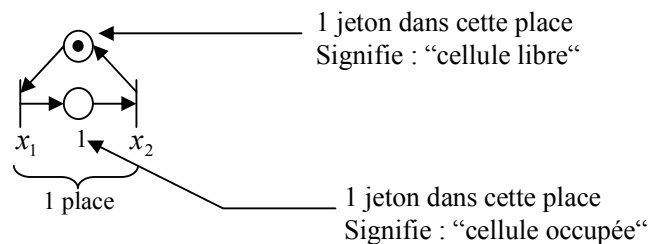


Figure (2)

Par conséquent, un convoyeur ayant N cellules peut être représenté par le RdP de la figure suivante :

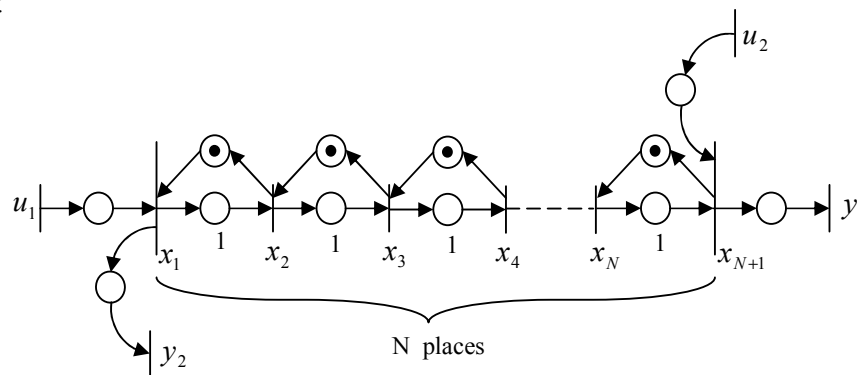


Figure (3)

Les transitions source et puits modélisent les signaux suivants :

- u_1 : Demande d'entrée d'une pièce sur le convoyeur.
- u_2 : Demande de déchargement d'une pièce.
- y_1 : Sortie effective du convoyeur.
- y_2 : Entrée effective (réelle) d'une pièce sur le convoyeur.

2.2. Modèle (max,+)-linéaire du comportement du convoyeur :

Le réseau de Petri de la fig.3, est un Graphe d'Evènements Temporisé (GET) à deux entrées (u_1, u_2), et deux sorties (y_1, y_2), dont on peut obtenir un modèle sur l'algèbre(max,+). Premièrement, on met en équations les dateurs associés aux transitions [L.Hardouin (2004)] [T. Murata (1989)]:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(k) = x_2(k-1) \oplus u_1(k) \\ x_2(k) = 1 \otimes x_1(k) \oplus x_3(k-1) \\ x_3(k) = 1 \otimes x_2(k) \oplus x_4(k-1) \\ \vdots \\ x_N(k) = 1 \otimes x_{N-1}(k) \oplus x_{N+1}(k-1) \\ x_{N+1}(k) = 1 \otimes x_N(k) \oplus u_2(k) \\ y_1(k) = x_{N+1}(k) \\ y_2(k) = x_1(k) \end{array} \right.$$

Ce système d'équations correspond au modèle standard d'un GET dans \overline{Z}_{\max} et peut se transposer dans la dioïde $\overline{Z}_{\max}[[\gamma]]$ comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(\gamma) = \gamma \otimes x_2(\gamma) \oplus u_1(\gamma) \\ x_2(\gamma) = 1 \otimes x_1(\gamma) \oplus \gamma \otimes x_3(\gamma) \\ x_3(\gamma) = 1 \otimes x_2(\gamma) \oplus \gamma \otimes x_4(\gamma) \\ \vdots \\ x_N(\gamma) = 1 \otimes x_{N-1}(\gamma) \oplus \gamma \otimes x_{N+1}(\gamma) \\ x_{N+1}(\gamma) = 1 \otimes x_N(\gamma) \oplus u_2(\gamma) \\ y_1(\gamma) = x_{N+1}(\gamma) \\ y_2(\gamma) = x_1(\gamma) \end{array} \right.$$

On met ce système d'équations de $Z_{\max}[[\gamma]]$ sous forme matricielle :

$$\begin{cases} x(\gamma) = Ax(\gamma) \oplus Bu(\gamma) \\ y(\gamma) = Cx(\gamma) \end{cases}$$

Les dimensions des matrices A, B et C, sont respectivement (N+1, N+1), (N+1, 2) et (2, N+1), on obtient le système suivant :

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_N \\ x_{N+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon & \gamma & \varepsilon & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon & \varepsilon \\ 1 & \varepsilon & \gamma & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 1 & \varepsilon & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon & \varepsilon \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon & \gamma \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \varepsilon \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_N \\ x_{N+1} \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} e & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & e \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y1 \\ y2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e & \varepsilon & \varepsilon & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon & e \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_N \\ x_{N+1} \end{pmatrix}$$

La proposition suivante fournit la relation de transfert d'un convoyeur de N places ayant une vitesse de 1 cellule/unité de temps

Proposition 1 : un convoyeur de N places possède le transfert suivant

$$H = CA^*B = \begin{pmatrix} (1\gamma^1)^* & \gamma^N(1\gamma^1)^* \\ N(1\gamma^1)^* & (1\gamma^1)^* \end{pmatrix}$$

Preuve : (preuve par récurrence). On calcul, en fonction de cette démonstration utilise le lemme 4.101 [F. Baccelli, G.Cohen, G.J. Olsder, J-P. Quadrat (1992)].

$$A_1 = \begin{pmatrix} \varepsilon & \gamma \\ \delta & \varepsilon \end{pmatrix}. \text{ L'étoile de cette matrice est alors : } A_1^* = \begin{pmatrix} \varepsilon & \gamma \\ \delta & \varepsilon \end{pmatrix}^* = \begin{pmatrix} e & \gamma \\ \delta & e \end{pmatrix} (1\gamma)^*.$$

On suppose désormais que pour N donné, les matrices A_N et A_N^* s'écrivent comme suit :

$$A_N = \begin{pmatrix} \varepsilon & \gamma & \varepsilon & \dots & \dots & \varepsilon & \varepsilon \\ 1 & \varepsilon & \gamma & \dots & \dots & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 1 & \varepsilon & \dots & \dots & \varepsilon & \varepsilon \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \dots & \dots & \varepsilon & \gamma \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \dots & \dots & 1 & \varepsilon \end{pmatrix}$$

Et

$$A_N^* = \begin{pmatrix} e & \gamma & \gamma^2 & \dots & \gamma^{N-2} & \gamma^{N-1} & \gamma^N \\ 1 & & & & & \gamma^{N-2} & \gamma^{N-1} \\ 2 & & & & & & \gamma^{N-2} \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ N-2 & & & & e & \gamma & \gamma^2 \\ N-1 & N-2 & & & 2 & 1 & e & \gamma \\ N & N-1 & N-2 & \dots & 2 & 1 & e \end{pmatrix} \otimes (1\gamma)^*$$

On calcule désormais $(A_{N+1})^*$. Tout d'abord A_{N+1} , s'écrit :

$$A_{N+1} = \begin{pmatrix} & & & & & & \varepsilon \\ & & & & & & \varepsilon \\ & & & & & & \dots \\ & & & & & & \dots \\ & & & & & & \dots \\ & & & & & & \dots \\ & & & & & & \varepsilon \\ & & & & & & \gamma \\ \dots & & & & & & \vdots \\ \varepsilon & \varepsilon & \dots & \dots & \dots & \varepsilon & 1 & \varepsilon \end{pmatrix}$$

Pour calculer la matrice $(A_{N+1})^*$ en suivant les démarches du lemme (4.101), on doit partager la matrice A_{N+1} en quatre blocs,

$$A_{N+1} = \left(\begin{array}{cccccc|c} & & & & & & \varepsilon \\ & & & & & & \varepsilon \\ & & & & & & \cdot \\ & & & & & & \cdot \\ & & & & & & \cdot \\ & & & & & & \varepsilon \\ & & & & & & \gamma \\ \hline \varepsilon & \varepsilon & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon & 1 & \varepsilon \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline c & d \end{array} \right)$$

Où :

$$a = A_N ; b = (\varepsilon \ \varepsilon \ \cdot \ \cdot \ \varepsilon \ \varepsilon \ 1)^t ; c = (\varepsilon \ \varepsilon \ \cdot \ \cdot \ \varepsilon \ \varepsilon \ 1) \text{ et } d = \varepsilon$$

Donc pour calculer la matrice $(A_{N+1})^*$, on procède de la manière suivante :

$$(A_{N+1})^* = \left(\begin{array}{c|c} a^* \oplus a^* b (ca^* b \oplus d)^* ca^* & a^* b (ca^* b \oplus d)^* \\ \hline (ca^* b \oplus d)^* ca^* & (ca^* b \oplus d)^* \end{array} \right)$$

Tout d'abord,

$$(ca^* b \oplus d)^* = (ca^* b)^* = (\varepsilon \ \varepsilon \ \cdot \ \cdot \ \varepsilon \ \varepsilon \ 1) A_N^* \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \gamma \end{pmatrix}^* = \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \gamma \end{pmatrix}^* = (N+1 \ N \ \cdot \ \cdot \ 3 \ 2 \ 1) \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \gamma \end{pmatrix}^* = (1\gamma)^*$$

Ensuite,

$$a^*b = A_N^* = \begin{pmatrix} \mathcal{E} \\ \mathcal{E} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathcal{E} \\ \mathcal{E} \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma^{N+1} \\ \gamma^N \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma^3 \\ \gamma^2 \\ \gamma \end{pmatrix} \otimes (1\gamma)^* ; \quad a^*b(ca^*b \oplus d)^* = \begin{pmatrix} \gamma^{N+1} \\ \gamma^N \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma^3 \\ \gamma^2 \\ \gamma \end{pmatrix} \otimes (1\gamma)^* ;$$

$$ca^* = (N+1 \ N \ \dots \ 3 \ 2 \ 1) \otimes (1\gamma)^*$$

$$a^* \oplus a^*b(ca^*b \oplus d)^* ca^* = A_N^* \oplus \begin{pmatrix} \gamma^{N+1} \\ \gamma^N \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma^3 \\ \gamma^2 \\ \gamma \end{pmatrix} (1\gamma)^* (N+1 \ N \ \dots \ 3 \ 2 \ 1)$$

Finalemment :

$$(A_{N+1})^* = \begin{pmatrix} (N+1)\gamma^{N+1} & N\gamma^{N+1} & (N-1)\gamma^{N+1} \dots & 3\gamma^{N+1} & 2\gamma^{N+1} & 1\gamma^{N+1} \\ (N+1)\gamma^N & N\gamma^N & & & 2\gamma^N & 1\gamma^N \\ (N+1)\gamma^{N-1} & & & & & 1\gamma^{N-1} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ (N+1)\gamma^3 & & & & & 1\gamma^3 \\ (N+1)\gamma^2 & N\gamma^2 & & & 2\gamma^2 & 1\gamma^2 \\ (N+1)\gamma^1 & N\gamma^1 & (N-1)\gamma^1 \dots & \gamma^1 \delta^3 & \gamma^1 \delta^2 & \gamma^1 \delta^1 \end{pmatrix} \otimes (1\gamma)^*$$

On a :

$$(1\gamma^1)^* = e \oplus 1\gamma^1 \oplus 2\gamma^2 \oplus \dots \oplus N\gamma^N (1\gamma^1)^*$$

$$\text{Donc : } 1(\gamma^1)^* \geq N\gamma^N (1\gamma^1)^*$$

On prouve ainsi que, pour tout n si $A_n = \begin{pmatrix} \mathcal{E} & \gamma & & \mathcal{E} \\ 1 & & & \\ & & & \gamma \\ \mathcal{E} & & & 1 \\ & & & \mathcal{E} \end{pmatrix}$, alors :

$$(A_{N+1})^* = \left(\begin{array}{cccc|c} & & & & \gamma^{N+1} \\ & & & & \gamma^N \\ & & & & \cdot \\ & & & & \cdot \\ & & & & \cdot \\ & & & & \gamma^1 \\ \hline N+1 & N & \cdot & \cdot & 1 & e \end{array} \right)$$

Maintenant, on calcule le transfert du système,

$$H_{N+1} = C_{N+1} A_{N+1}^* B_{N+1}$$

Avec : $C_{N+1} = \begin{pmatrix} e & \varepsilon & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon & e \end{pmatrix}$, de dimension $(2, N+1)$.

Et $B_{N+1} = \begin{pmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon & e \\ e & \varepsilon & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix}^t$, de dimension $(N+1)$.

Le transfert de ce système est alors :

$$H_{N+1} = \begin{pmatrix} (1\gamma^1)^* & \gamma^{N+1}(1\gamma^1)^* \\ (N+1)(1\gamma^1)^* & (1\gamma^1)^* \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

D'une façon générale dans le cas d'un convoyeur de N cellules, d'une vitesse d'une cellule par unité de temps, est peut être généralisé par le transfert suivant :

$$H_N = \begin{pmatrix} (1\gamma^1)^* & \gamma^N(1\gamma^1)^* \\ N(\gamma^1\delta^1)^* & (1\gamma^1)^* \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

2.3. Modèle simplifié du convoyeur

La proposition (1) montre que l'on peut donner un nouveau modèle de réseau de Petri (GET) qui a le même comportement que le modèle précédent. La figure (4), représente ce nouveau modèle :

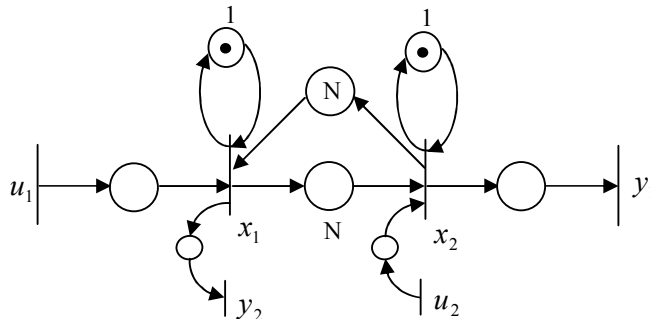


Figure (4)

Exemple : Soit un convoyeur qui a en série trois palettes, de vitesse de 1 pièce par unité de temps, représenté dans la figure (5) :

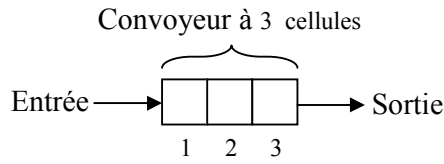


Figure (5)

Et son modèle en réseau de Petri, représenté dans la figure (6) :

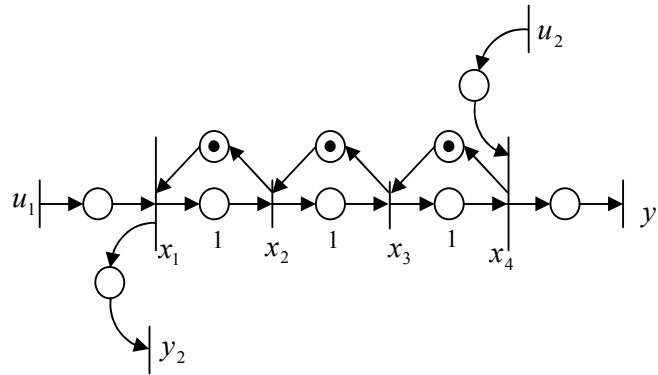


Figure (6)

En appliquant directement la relation de transfert :

$$H = \begin{pmatrix} (1\gamma^1)^* & \gamma^N(1\gamma^1)^* \\ N(1\gamma^1)^* & (1\gamma^1)^* \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Pour $N=3$, on obtient dans le dioïde $\bar{Z}_{\max}[[\gamma]]$:

$$H = \begin{pmatrix} (1\gamma^1)^* & \gamma^3(1\gamma^1)^* \\ 3(1\gamma^1)^* & (1\gamma^1)^* \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Le modèle du RdP qui a le même transfert du modèle de la figure (6), est celui représenté dans la figure (7) :

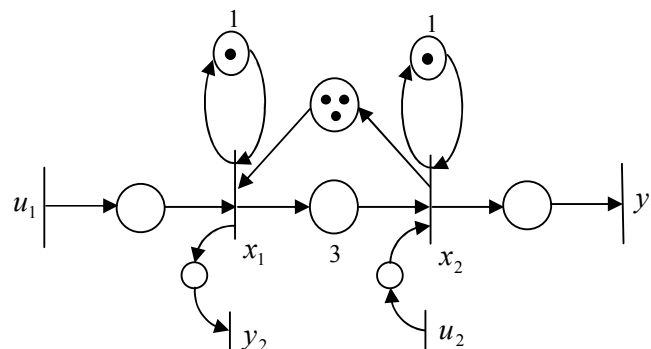


Figure (7)

Chapitre 3

3. Composition de convoyeurs

Partant du module élémentaire d'un convoyeur on étudie désormais le comportement de la mise en série de deux convoyeurs, dans deux différents cas. Les développements donnés ci-après reprennent les idées présentées dans [Lahaye S., Hardouin L. , Boimond J.L.(2003)].

3.1. Mise en série de 2 convoyeurs (avec un stock intermédiaire illimité)

Soit deux convoyeurs 1 et 2, le premier porte N cellules et le deuxième M cellules. La mise en série avec un stock intermédiaire illimité entre ces deux convoyeurs, revient à dire que les pièces sortant du premier convoyeur passent dans un stock avant quelles entrent dans le second convoyeur.

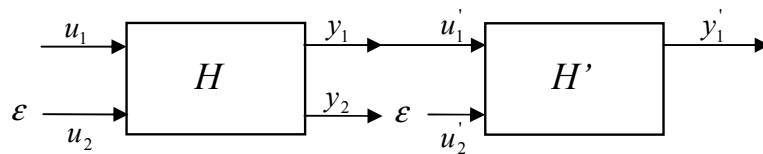


Figure (8)

La relation de transfert pour le système global est comme suit :

$$y_1' = H_{11} \otimes H_{11}' u_1$$

3.2. Mise en série de 2 convoyeurs (sans stock intermédiaire)

Soit deux convoyeurs 1 et 2, le premier porte N palettes et le deuxième porte M palettes, la mise en série sans stock intermédiaire de ces deux convoyeurs, revient à dire qu'une pièce ne peut entrer dans la première palette du premier convoyeur que lorsque une autre pièce sort du second convoyeur.

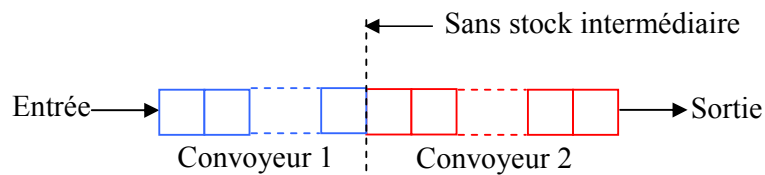


Figure (9)

Après la mise en série, on étudie le comportement du nouveau système. On représente chacun de ces deux systèmes par leur relation de transfert (H pour le premier et H' pour le second), on obtient le système représenté sur la figure (9) :

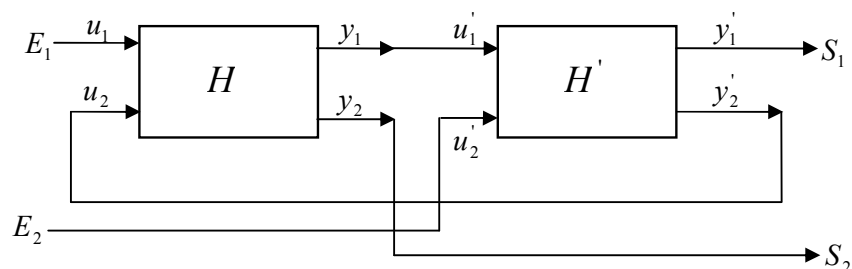


Figure (10)

u_1 : Demande d'entrée d'une pièce sur le convoyeur 1, et qui correspond à la même entrée effective (réelle) E_1 du système global.

y_2 : Entrée effective (réelle) d'une pièce sur le convoyeur 1, et qui correspond à la même sortie S_2 du système global.

u_2 : Demande de déchargement d'une pièce du convoyeur 1, et qui est l'entrée effective du convoyeur 1.

y_1 : Sortie effective du convoyeur 1, et qui est aussi l'entrée d'une pièce sur le convoyeur 2 (u'_1).

u'_2 : Demande de déchargement d'une pièce du convoyeur 2, (Entrée du système E_2).

y'_1 : Sortie effective (réelle) du convoyeur 2, et qui est la sortie effective (réelle) du système S_1

La relation de transfert pour le convoyeur 1, est comme suit :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Et pour le convoyeur 2 :

$$\begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H'_{11} & H'_{12} \\ H'_{21} & H'_{22} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{pmatrix}$$

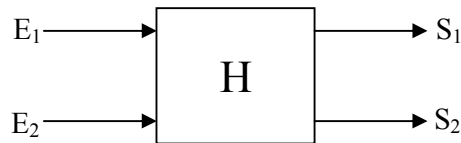
On définit de ces deux vecteurs d'état, un nouveau vecteur d'état :

$$X = (u_1 \quad u_2 \quad y_1 \quad y_2 \quad u'_1 \quad u'_2 \quad y'_1 \quad y'_2)^t$$

$$X = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ y_1 \\ y_2 \\ u_1' \\ u_2' \\ y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e \\ H_{11} & H_{12} & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ H_{21} & H_{22} & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & H'_{11} & H'_{12} & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & H'_{21} & H'_{22} & \varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix}}_A \otimes \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ y_1 \\ y_2 \\ u_1' \\ u_2' \\ y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} \oplus \underbrace{\begin{pmatrix} e & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & e \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix}}_B \otimes \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}$$

$$Y = \underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix}}_C \otimes \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ y_1 \\ y_2 \\ u_1' \\ u_2' \\ y_1' \\ y_2' \end{pmatrix}$$

Le transfert de ce système est $H_T = CA^*B$, donc on aura un nouveau système prêt à être concaténé avec d'autres systèmes.



3.3. Exemple :

On veut mettre deux convoyeurs en série mais sans qu'il y'ait un stock intermédiaire entre les deux convoyeurs, le premier convoyeur a 3 cellules avec une vitesse de 1 cellule par unité de temps et le deuxième a 4 cellules avec une vitesse de 1 cellule par 2 unités de temps, représenté dans la figure (10).



Figure (11)

On représente les convoyeurs par les Réseaux de Petri, dans la figure (12) :

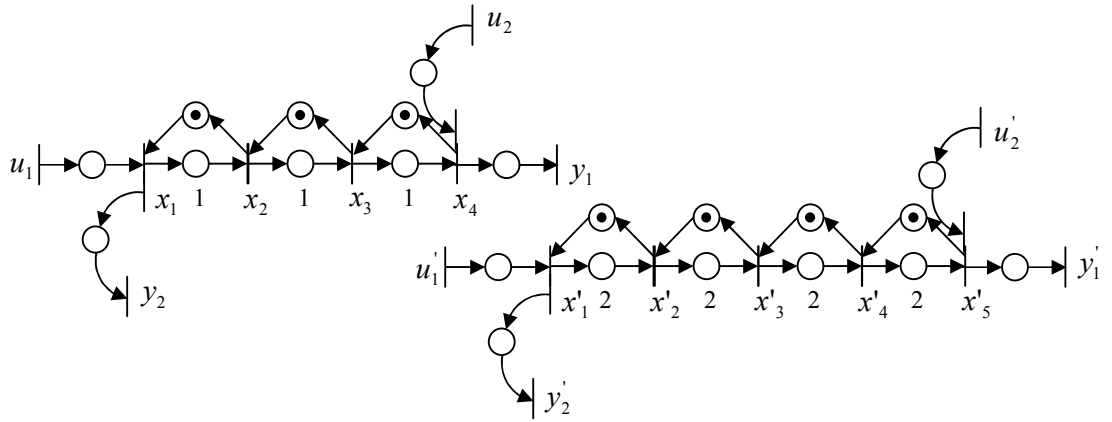


Figure (12)

On appliquant la relation de transfert pour les deux systèmes de convoyage, nous obtenons de nouveaux modèles de réseaux de Petri et qui on les mêmes relations de transfert que précédemment, ils sont dans la figure (13) :

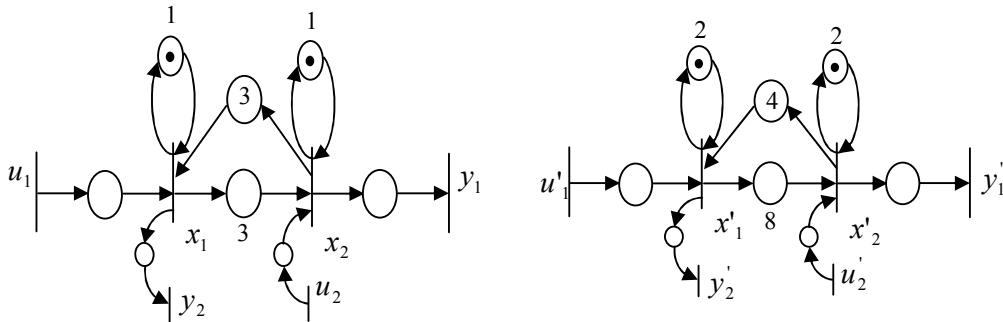


Figure (13)

Les relations de transfert des deux systèmes, en s'appuyant sur la relation de transfert généralisé, sont respectivement

$$H = \begin{pmatrix} (1\gamma^1)^* & \gamma^3(1\gamma^1)^* \\ 3(1\gamma^1)^* & (1\gamma^1)^* \end{pmatrix}$$

et

$$H' = \begin{pmatrix} (2\gamma^1)^* & \gamma^4(2\gamma^1)^* \\ 8(2\gamma^1)^* & (2\gamma^1)^* \end{pmatrix}$$

La mise en série ces deux modèles nous donne un nouveau système représenté dans la figure (14), suivante :

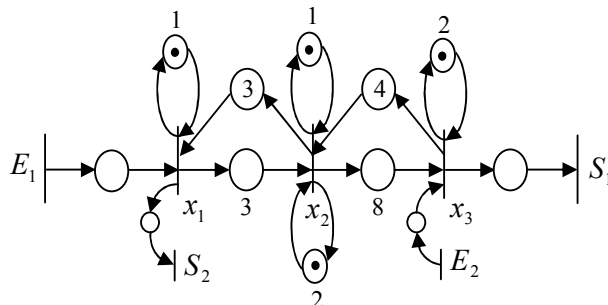


Figure (14)

Mais on voit que le deuxième convoyeur a une vitesse plus basse que le premier convoyeur, ce qui implique que le deuxième convoyeur va imposer sa vitesse par rapport au premier convoyeur, et donc une deuxième simplification du système, elle est représentée dans la figure (15) :

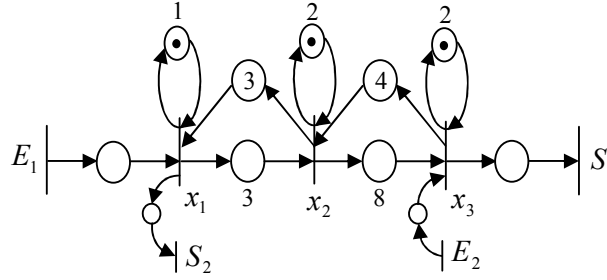


Figure (15)

A partir du vecteur d'état englobant le nouveau système, on calcule le nouveau transfert du système global.

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ y_1 \\ y_2 \\ u_1 \\ u_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e \\ (1\gamma^1)^* & \gamma^3(1\gamma^1)^* & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 3(1\gamma^1)^* & (1\gamma^1)^* & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & (2\gamma^1)^* & \gamma^4(2\gamma^1)^* & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 8(2\gamma^1)^* & (2\gamma^1)^* & \varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ y_1 \\ y_2 \\ u_1 \\ u_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} e & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & e \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ y_1 \\ y_2 \\ u_1 \\ u_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

La relation de transfert de ce système est :

$$H = \begin{pmatrix} (0\gamma^0 \oplus 2\gamma^1 \oplus 4\gamma^2)(8\gamma^3)^* & (0\gamma^3 \oplus 2\gamma^4 \oplus 4\gamma^5)(8\gamma^3)^* \\ (8\gamma^0 \oplus 10\gamma^1 \oplus 12\gamma^2)(8\gamma^3)^* & (0\gamma^0 \oplus 2\gamma^1 \oplus 4\gamma^2)(8\gamma^3)^* \end{pmatrix}$$

Troisième partie

Application des résultats sur la ligne transitique de l'ISTIA

Chapitre 4

4. Modèle RdP de la ligne transitique de l'ISTIA

4.1. Modèle RdP complet

En s'appuyant sur la modélisation des convoyeurs, ainsi qu'en tenant compte des « ressources partagées », un modèle du système complet est donné ci-après.

Remarque : certaines simplifications du modèle graphique, n'ayant pas d'incidence sur le comportement dynamique, ont été appliquées.

Le modèle est un Réseau de Petri temporisé. Le temps est associé au séjour dans les places. Les transitions sont supposées franchies en temps nul avec la politique « au plus tôt » : dès qu'une transition est franchissable, elle est franchie.

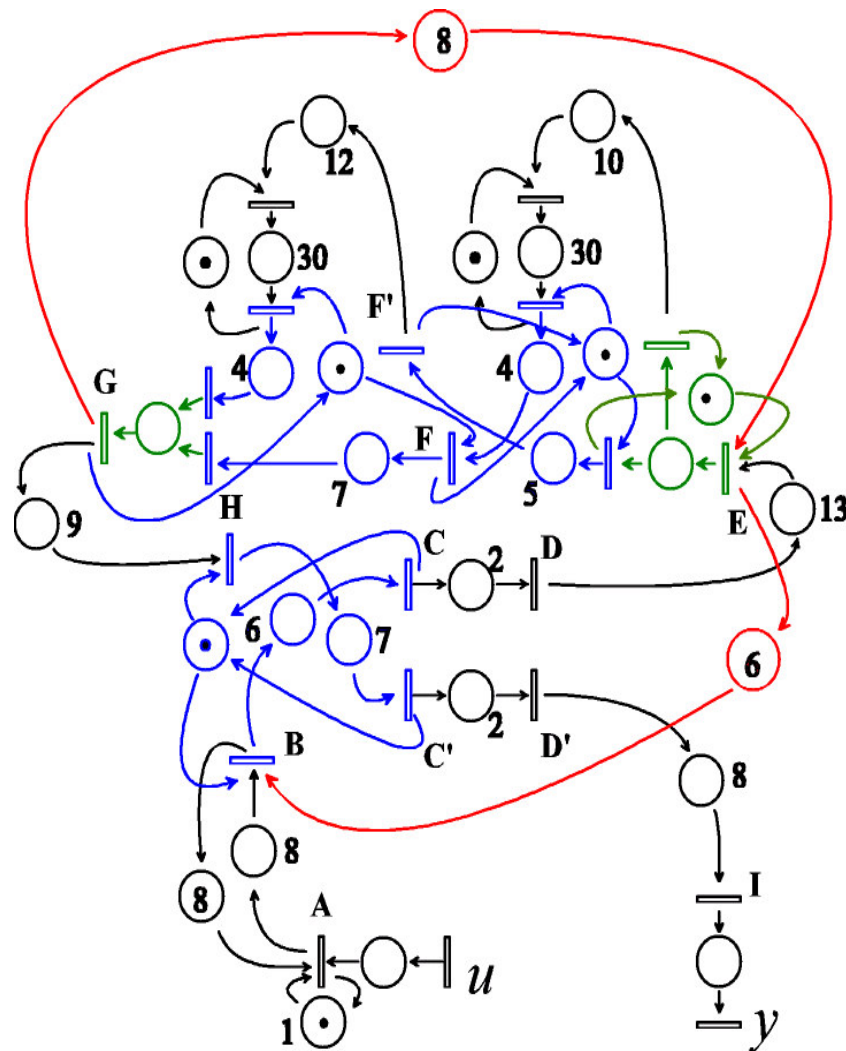


Figure (16)

4.2. Transformation du problème de partage de ressources

Prenons comme exemple, le partage de l'aiguillage 1 entre les trajets B-C et H-C. Au plus une palette peut emprunter cet aiguillage à la fois. Ceci est décrit par une portion du RdP rappelée ci-dessous.

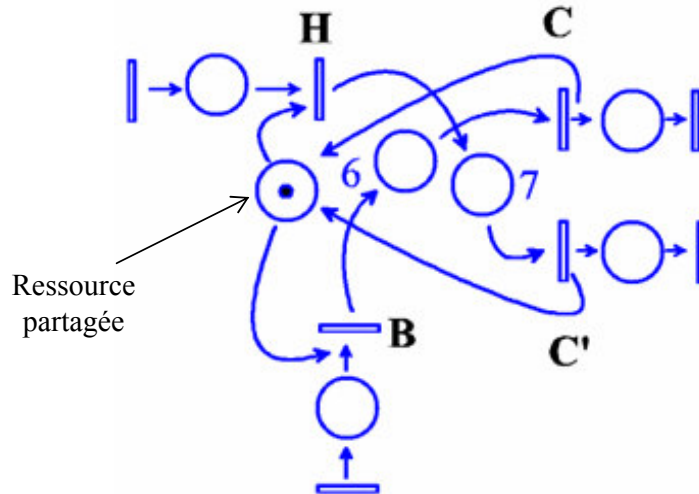


Figure (17)

Politique d'affectation de la ressource :

Le jeton partagé entre H-C' et B-C est affecté de la façon suivante :

Si H et B ne sont pas franchissables simultanément, la ressource est affectée à la transition franchissable la première (premier arrivée, premier servi).

Sinon, si la ressource a été précédemment affectée au chemin H-C', elle désormais affectée au chemin B-C, et vice-versa.

Transformation qui en découle :

Sous cette hypothèse, soit l'aiguillage est immédiatement disponible pour une palette arrivant en H ou B, soit la palette doit attendre la libération de la ressource. Ceci revient à ajouter un temps compris entre 0 et 6 en amont de H et entre 0 et 7 en amont de B. De plus, après utilisation d'une ressource, soit la ressource redevient immédiatement disponible pour le même chemin, soit elle est utilisée par une palette en compétition sur l'utilisation de la ressource. Dans ce cas, la ressource est indisponible pendant 7 UT pour le trajet B-C, ou 6 UT pour le trajet H-C.

Sous l'hypothèse d'appliquer cette politique d'affectation de la ressource [L.Mehdi 2004], le conflit lié à l'utilisation partagée de cette ressource se transforme en incertitude de temps dans le Graphe d'Événements Temporisé donnée ci-après.

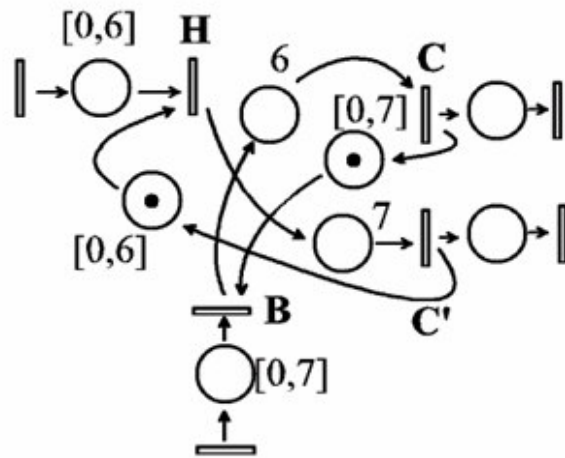


Figure (18)

En résumé, de la figure (17), le réseau de Petri est transformé en deux GET avec incertitudes temporelles figure (18), dont les transferts sont :

$$H_{BC'} = [6(6\gamma)^*, 13(13\gamma)^*]$$

$$H_{HC} = [7(7\gamma)^*, 13(13\gamma)^*]$$

Conflits liés aux aiguillages des Epis

Sous l'hypothèse d'appliquer la politique d'affectation de la ressource décrite précédemment, les conflits liés à l'utilisation partagée de ressources dans les épis se transforme en incertitude de temps dans un Graphe d'Evénements Temporisé [Lhommeau M., Hardouin L., Cotteceau B. and Jaulin L.(2004)] [L. Hardouin (2004)].

La portion du PP modélisant le fonctionnement des épis révèle 2 conflits.

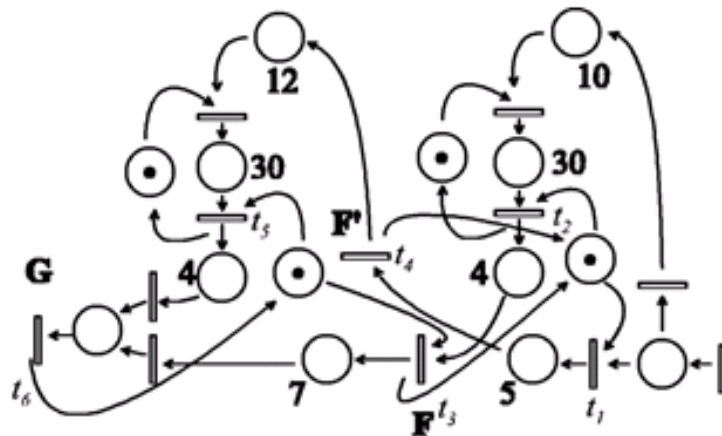


Figure (19)

On analyse le comportement d'une partie du graphe puis on appliquera les résultats pour le système complet.

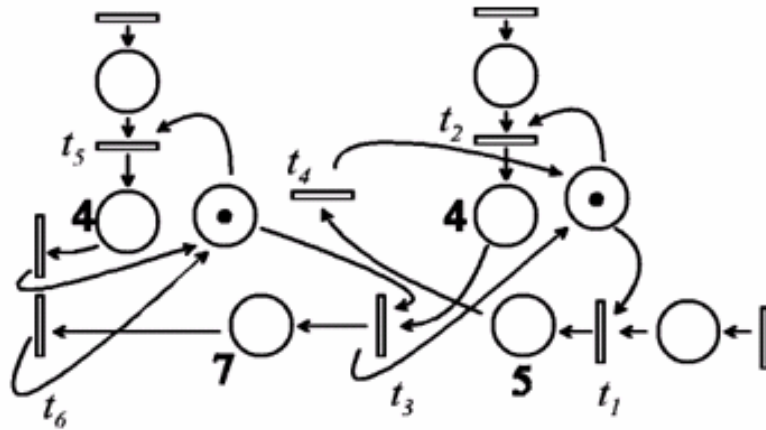


Figure (20)

Les transitions t_3 et t_5 partagent la même ressource. En appliquant le même raisonnement que pour l'aiguillage 1, on obtient les incertitudes temporelles suivantes.

Pour la transition t_3 dans le meilleur des cas, la ressource est immédiatement disponible, et dans le pire des cas elle vient d'être consommée par la transition t_5 . Dans ce franchissement de t_3 va attendre jusqu'à la ressource soit de nouveau disponible c'est-à-dire, 4 UT, et donc l'incertitude de temps ajouté en amont de cette transition est traduit par l'intervalle de temps $[0,4]$.

Idem, l'incertitude temporelle en amont de la transition t_5 est $[0,7]$

Le même raisonnement peut être mené pour le partage de ressource entre t_2 et t_1 .

Il convient néanmoins de noter que le temps associé à la place entre t_2 et t_3 est désormais soumis à une incertitude temporelle $[4,8]$ (incertitude liée au partage de la ressource entre t_5 et t_3).

Dans le meilleur cas, en t_1 , la ressource est immédiatement disponible. Dans le pire cas elle reste occupée 8 unités de temps (dans le chemin $t_2 - t_3$), ceci revient à ajouter une incertitude temporelle $[0,8]$ en amont de t_1 .

Pour la transition t_2 , une incertitude temporelle de $[0,8]$ doit être ajoutée sur les places en amont.

Tout ceci conduit au RdP avec incertitudes temporelles données en figure (21)

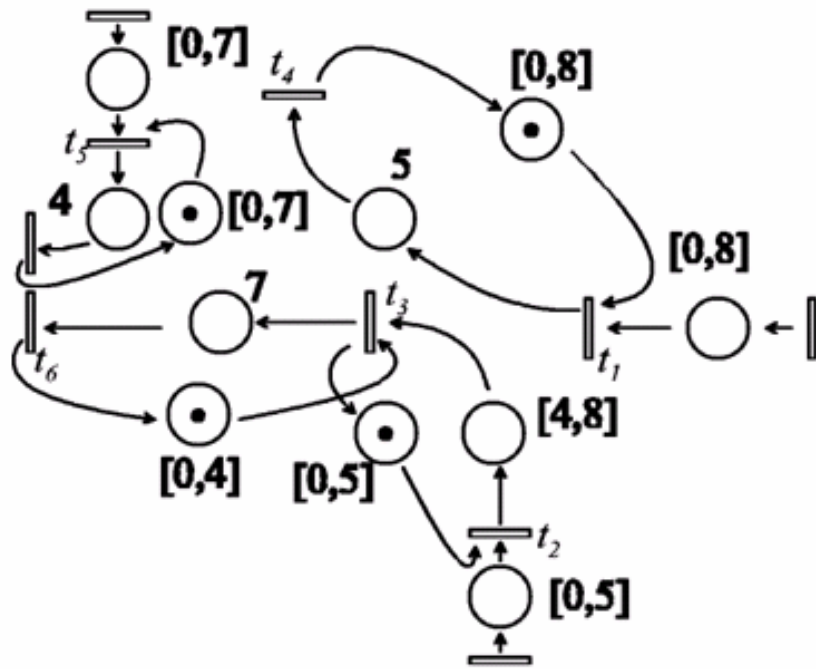


Figure (21)

On ajoute a cette partie étudiée les autres éléments de la chaîne, et on obtient la représentation complète entre le point *I* et le point *G* comme suit :

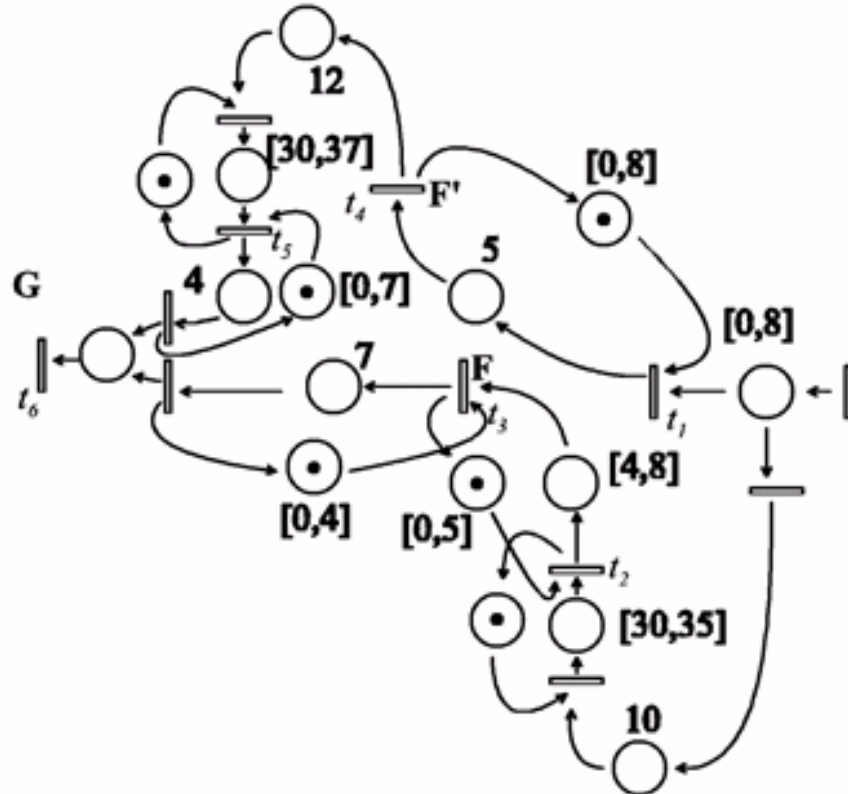


Figure (22)

4.3. Réseau de Petri englobant le fonctionnement temporel du RdP initial

En appliquant toutes ces transformations de conflit, moyennant un choix de politique de partage de ressource particulier, on obtient le RdP temporisé (avec incertitudes sur les temps de séjour dans certains places) suivant.

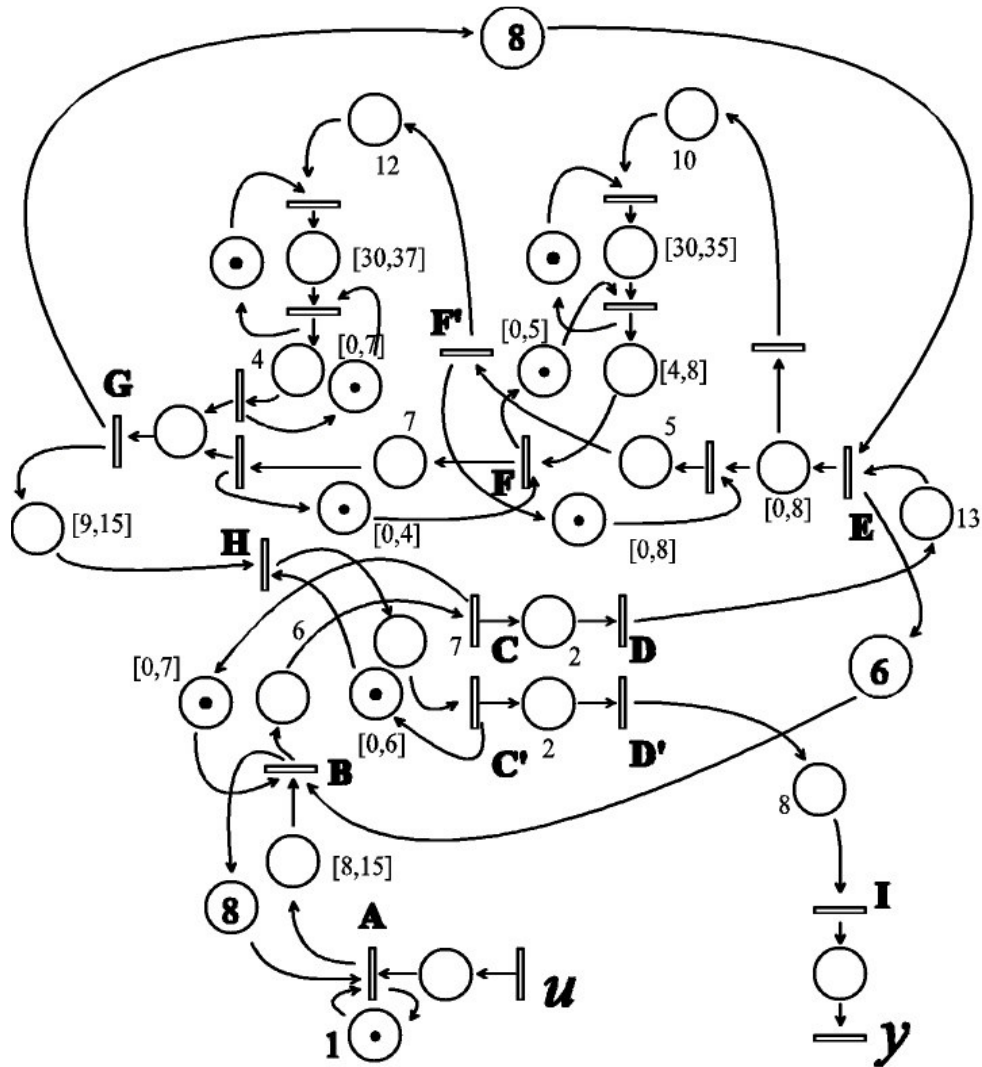
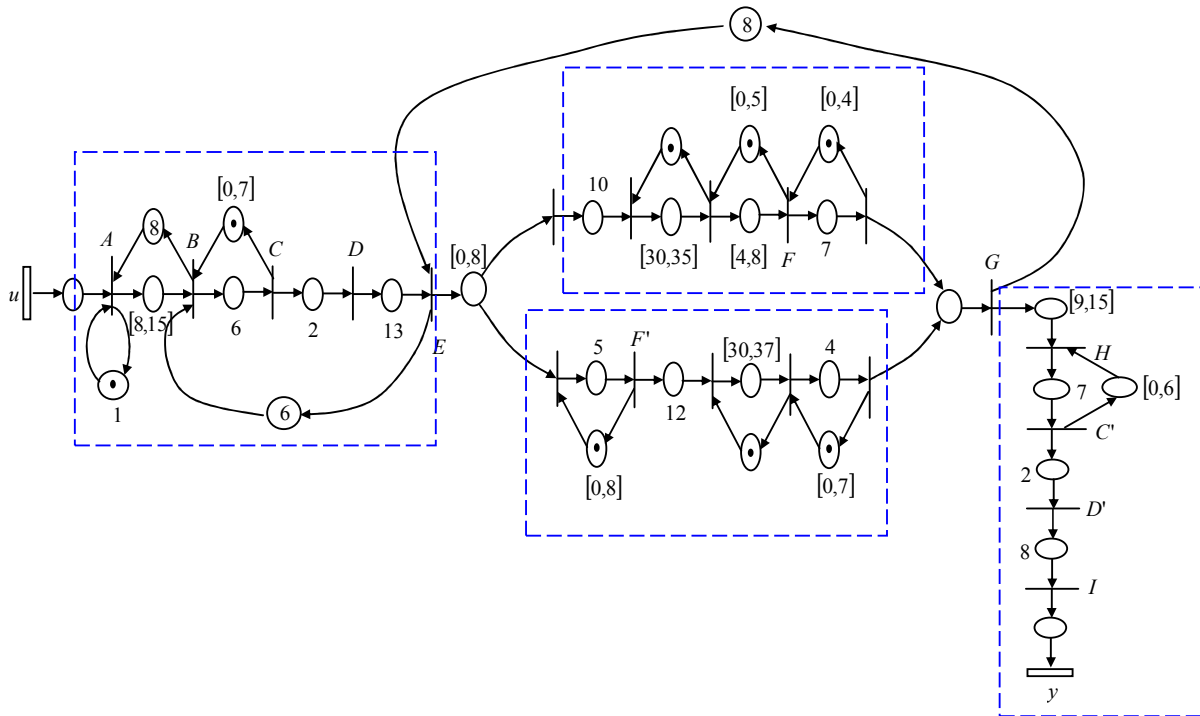
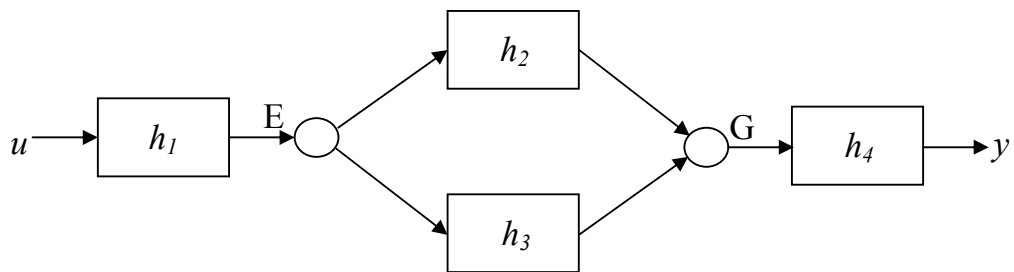


Figure (19)

On peut donner un schéma simplifié du réseau de Petri décrit la figure suivante :



Ou encore, on peut simplifier les RdP par leurs relations de transfert comme suit :



Où :

$$h_1 = [(29\gamma^0)[6\gamma^1]^*, (36\gamma^0)[13\gamma^1]^*]$$

$$h_2 = [(51\gamma^0)[30\gamma^1]^*, (60\gamma^0)[35\gamma^1]^*]$$

$$h_3 = [(51\gamma^0)[30\gamma^1]^*, (58\gamma^0)[37\gamma^1]^*]$$

$$h_4 = [(26\gamma^0)[7\gamma^1]^*, (32\gamma^0)[13\gamma^1]^*]$$

Quatrième partie
Conclusion

Le présent travail représente une mise en pratique des réseaux de Petri et l'algèbre des dioïdes, il nous a permis à partir d'un système un peu complexe qui est le système transitique de l'ISTIA, de le mettre sous une forme beaucoup plus simple de réseau de Petri, qui permet après d'étudier le comportement du système, de le simuler par l'intermédiaire des outils informatique comme Scilab et SIMAN-ARENA, pour que l'on puisse après le commander.

Nous avons rencontré un peu de difficultés au niveau du parallélisme du système et on souhaite que d'autres étudiants termine le travail qu'on a commencé.

Bibliographie

- [1] Cohen, G. (1995). Théorie algébrique des systèmes à événements discrets. Polycopié de cours donné à l'INRIA.
- [2] P. Castagna (2004). Contribution à la modélisation, la simulation et la commande de systèmes de production et de transitique, Thèse ECN, Université de Nantes 2004.
- [3] T. Murata (1989). Petri net: properties, analysis and applications, IEEE proceedings 77(4) 541-580.
- [4] Lhommeau M., Hardouin L., Cottenceau B. and Jaulin L.(2004). Interval Analysis and Dioid: Application to Robust Controller Design for Timed Event Graphs", Automatica 40(2004), 1923-1930.
- [5] Lahaye S., Hardouin L. , Boimond J.L.(2003). Models Combination in (max,+) Algebra for the Implementation of a Simulation and Analysis Software" In Kybernetika, Vol. 39 (2003), n. 2, pp. 143-154.
- [6] L.Hardouin (2004). Sur la commande linéaire de systèmes à événements discrets dans l'algèbre (max,+). Habilitation à Diriger des Recherches (2004).
- [7] F. Baccelli, G.Cohen, G.J. Olsder, J-P. Quadrat (1992). Synchronization and linearity an algebra for discrete event systems. Web edition
- [8] J.L. Ferrier (2004). Modèles et systèmes, polycopié du cours données aux Master 2 recherche SDS.
- [9] J.L. Boimond (1999). Sur l'étude des systèmes à événements discret dans l'algèbre des dioïdes : identification, commandes des graphes d'événements temporisées, représentation des graphes d'événements temporisés à paramètres variables. Habilitation à Diriger des Recherches (1999)