

# Proposition de Thèse

## Sujet de Thèse

Approches ensemblistes pour la cartographie et localisation simultanées multi-agents.

## Contexte

La cartographie et localisation simultanées, ou en anglais SLAM (Simultaneous Localization and Mapping), est une des tâches essentielles d'un robot mobile autonome. Dans cette tâche, le robot se localise et crée une carte de son environnement à l'aide des capteurs proprioceptifs (codeurs, centrale inertielle ...) et extéroceptifs (GNSS, sonar ...) en identifiant des points de repères (amers) et en estimant la distance du robot à ces points. La Figure 1 illustre comment la tâche est effectuée.

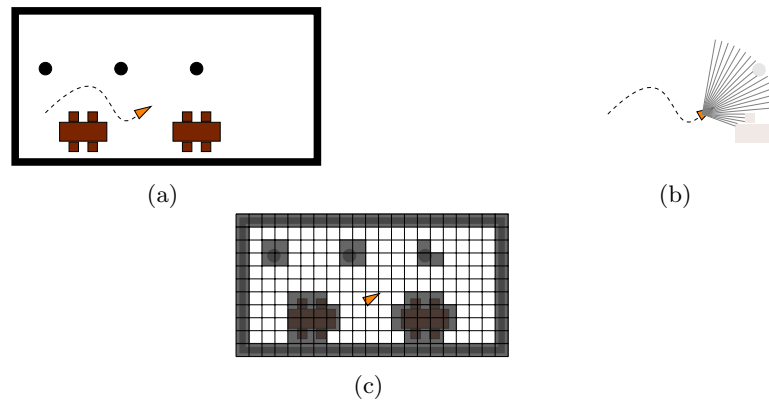


FIGURE 1 – Le robot est déployé dans une pièce (a) où il se déplace et mesure des informations sur son trajet (ligne tracée) et sa distance aux obstacles en utilisant des télémètres (b). En enregistrant les obstacles trouvés, le robot crée une carte d'occupation (c) et il estime sa position par rapport à cette carte.

La plupart des méthodes d'estimation de la littérature présuppose un caractère gaussien des mesures des capteurs cités. En exploitant ce type de propriété, des filtres statistiques comme EKF (Extended Kalman Filter) ou les filtres à particules ont été développés ainsi que des méthodes de SLAM qui les associent ou les modifient [Thr+04]. Ces approches ont reçu une grande attention dans les dernières décades et ces algorithmes sont aujourd'hui très diffusés, utilisés pour diverses applications, y compris du quotidien, comme les robots aspirateurs domestiques, les téléphones mobiles pour la prise des photos et aussi pour des interfaces homme-machine comme les casques de réalité virtuelle. Ces méthodes, largement diffusées, peuvent toutefois être mises en défaut si des dynamiques non-linéaires ou des distributions non-gaussiennes sont en jeu dans le système. Une approximation d'une distribution non-gaussiennes par une gaussienne, comme en Figure 2, peut amener à l'arrêt de convergence des filtres du type EKF ou à la convergence vers une valeur aberrante.

De plus, même si les distributions peuvent être approximées par des gaussiennes, les approches statistiques classiques ne peuvent donner qu'une estimation des moyennes et écart-types de la distribution des grandeurs étudiées. Par conséquent, on n'a aucune garantie sur les mesures et on ne peut qu'utiliser des intervalles de confiance, comme en Figure 3.

Pour les applications décrites, le manque de garanties ne conduit pas nécessairement à des graves conséquences, mais pour d'autres applications comme pour l'inspection, ou la circulation des véhicules autonomes en environnements multimodaux, cette lacune peut avoir des conséquences dangereuses. Pour ces types d'opérations, qui nécessitent plus de fiabilité, il est nécessaire de bien maîtriser les incertitudes du robot ainsi que de son environnement.

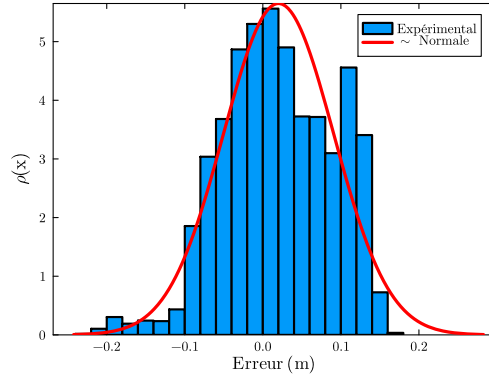


FIGURE 2 – Histogramme de l’erreur de mesure d’un télémètre et la distribution normale approximée.

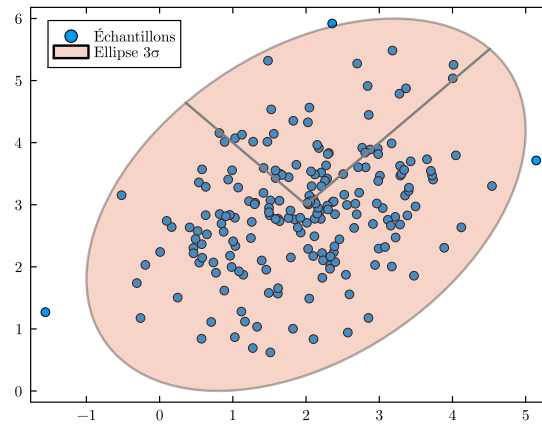


FIGURE 3 – Exemple d’échantillons suivant une loi normale 2D (représentant la position d’un objet) et l’ellipse  $3\sigma$  associée.

Les outils ensemblistes, comme l’analyse par intervalles [Jau+01], présentent une solution où les incertitudes sont considérées bornées et on ignore leur distribution statistique. Deux approches principales peuvent être notées.

Dans une première, les incertitudes sont bornées, c’est-à-dire, contraintes à une boîte d’incertitude et les problèmes d’estimation, notamment la localisation et cartographie, peuvent être décrits par des problèmes de satisfaction de contraintes, en anglais CSP (Constraint Satisfaction Problem). On nommera cette approche comme «approche CSP». En customisant des opérateurs appelés «contracteurs», des algorithmes sont capables de minimiser le volume de la boîte qui entoure le mesurande. On peut donner quelques exemples d’algorithmes de SLAM par intervalles comme dans [Le +10], [Guy13] et [Mus+18]. Dans [Sli11], l’auteur développe une version robuste dans le cas où il est impossible de respecter toutes les contraintes simultanément et donc la relaxation de quelques contraintes du CSP se fait nécessaire.

Une autre approche est d’utiliser la même base des algorithmes du type «Kalman», mais en utilisant les formalismes ensemblistes, comme l’analyse par intervalles, et en calculant les bornes optimales d’estimation, par exemple [Lu+19] pour IKFs (Interval Kalman Filters). On nommera cette approche «approche Kalman ensembliste». Dans [LQ18], les auteurs associent des filtres de particules à boîtes et EIKF (Extended Interval Kalman Filter) pour une technique de SLAM garantie.

Sur ces deux approches, on peut faire deux remarques. La première remarque est sur l’utilisation des boîtes, qui, à cause de leur symétrie et du fait que les boîtes sont alignées sur les axes du repère, facilite le calcul des opérations sur des ensembles (somme, union, intersection etc), en contrepartie, augmente le conservatisme si on doit entourer

une forme asymétrique ou avec des contours non-parallèles aux axes de la boîte, des exemples sont représentés en Figure 4.



FIGURE 4 – Exemples d’ensembles où l’utilisation d’intervalles (boîtes) augmentent le conservatisme. (a) Carré avec une rotation de  $30^\circ$ . (b) Un triangle.

La deuxième remarque est plutôt pour l’«approche CSP». On voit que la majorité des travaux utilise comme base les algorithmes récurrents de recherche binaire comme SIVIA (Set Inversion Via Interval Analysis) [Her+12], pour créer un pavage de boîtes comme en Figure 5. Ces algorithmes sont en général intensifs et nécessitent pour certains cas que le calcul soit fait hors-ligne, ce qui rend difficile leur implémentation pour des applications en «temps-réel».

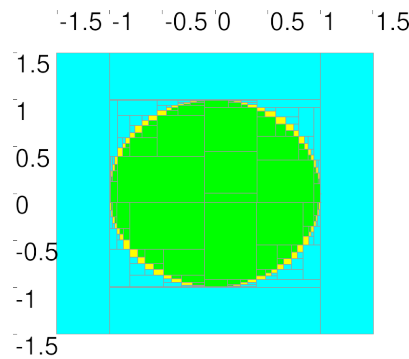


FIGURE 5 – Exemple de pavage généré par SIVIA à partir de tests d’inclusion (bleu=non inclus, vert=inclus, jaune=incertain).

## Objectif

L’objectif de la thèse est de considérer les problèmes d’augmentation du conservatisme et coût de calcul de deux manières : la première en utilisant d’autres représentations d’ensembles ; et la deuxième en explorant les méthodes de calcul distribuées.

Pour le premier front, quelques travaux utilisant d’autres formalismes ont été déjà entamés dans la littérature, comme par exemple une méthode de l’«approche Kalman ensembliste» où des zonotopes utilisés ont leur complexité réduite à partir de contracteurs basés sur des hyperplans [BFJ25]. Les faiblesses connues des zonotopes, et aussi d’autres formalismes comme les ellipses, sont l’absence de clôture pour l’opération d’intersection et leur symétrie.

Dans [Sco+16], un nouveau formalisme appelé zonotope contraint a été proposé. Le zonotope contraint rend possible la représentation de formes non-symétriques (voir Figure 6) et de plus, il est clos sur l’intersection. Cette approche est utilisée de façon croissante pour l’estimation d’états non-linéaires et diagnostic [Reg+20], [Reg+24], [VKR25] et [Reg+25], mais pour l’instant, à notre connaissance, pas pour le SLAM, ni pour la «retro-propagation» pour raffiner les ensembles estimés.

Pour les approches distribuées, bien qu’on trouve des travaux sur le SLAM multi-agents, les approches ensemblistes semblent encore être négligées. On propose d’utiliser les approches de la communauté «Network Controlled Systems», comme le «averaging», «gossiping» et «consensus», où des agents échangent des informations à fin de résoudre un problème en commun, comme dans [Bof+19], où les agents trouvent coopérativement la solution d’un problème d’optimisation avec une version multi-agents de l’algorithme Newton-Raphson. On trouve comme exemples sur le consensus borné les travaux [BTV09 ; Fon+20]. Dans notre cas, les robots doivent interagir, échangeant des différents morceaux de carte disponibles avec leurs incertitudes respectives, et à la fin, une fois le consensus atteint, on trouve

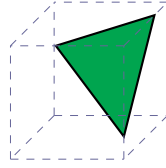


FIGURE 6 – Exemple d’un Zonotope Contraint (en vert), formé à partir de l’intersection d’un zonotope (prisme en gris) et un hyperplan.

une carte commune. Dans la Figure 7, on voit une illustration d’un résultat possible, une carte collaborative basée en polygones (sans grille d’occupation).

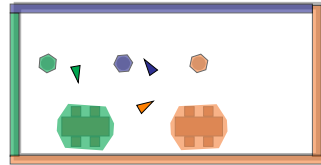


FIGURE 7 – Émulation d’une carte basée en Polygones, créée par la contribution de différents robots.

D’autres aspects de la cartographie et localisation intéressants à explorer en utilisant d’autres représentations sont la visibilité entre points dans la carte, initialement étudié dans [Guy13] avec le formalisme de l’analyse par intervalles, et la propagation des incertitudes de la distance inter-agents sur leurs cartes respectives, initialement étudié dans [Dia25] aussi avec le formalisme de l’analyse par intervalles.

En ce qui concerne le mouvement des robots pendant le SLAM, en s’affranchissant des grilles d’occupation pour la représentation des obstacles et des morceaux de la carte, d’autres moyens de planification doivent être développés. Une piste est d’utiliser des outils venant de l’optimisation convexe [BV04], afin d’intégrer la dynamique du véhicule et les contraintes spatiales (obstacles), créant ainsi un algorithme de SLAM actif basé sur une commande prédictive ensembliste [LHD06; PS23].

## Plan de réalisation

Cette thèse a comme objectif principal l’étude des approches ensemblistes dans les algorithmes de SLAM multi-agents. Afin de bien appréhender le sujet et faire face à sa complexité, on propose une approche montante en complexité :

Dans un premier temps, la personne travaillera sur les problème de cartographie et localisation avec un seul robot. Ainsi, la personne se concentrera sur la formalisation de ces problèmes, en les explorant séparément puis ensemble. Une première approche pourrait traiter seulement la cartographie, où on suppose la position et orientation du robot connues, directement ou à partir d’un algorithme de localisation préexistant. Différemment, le focus pourrait être d’abord le problème de localisation, en supposant une carte déjà connue. Et enfin, une étude de l’intégration des deux parties pour un SLAM complet.

Une fois le problème à un robot bien défini, on explorera l’aspect multi-robot en extrapolant les résultats précédents. De même, on attaquera d’abord les deux problèmes séparément puis ensemble.

La personne explorera les aspects cités en fonction de son profil et de ses aptitudes. Les algorithmes étudiés et proposés pendant la thèse seront validés en simulation et idéalement sur la plateforme robotique du laboratoire.

## Profil

Pour pouvoir postuler vous devez être titulaire d'un Master 2 ou équivalent.

- Compétences en anglais requises
- Connaissances en robotique mobile et algorithmes de localisation
- Connaissances sur l'analyse par intervalles et le calcul ensembliste sont un plus
- Développement dans un langage haut niveau Python/MATLAB/Julia
- Développement bas niveau en C/C++.
- Outils de développement : git, ROS2 préférable

La personne doit faire preuve d'autonomie et initiative.

## Lieu

La thèse se déroulera au sein du Laboratoire Angevin de Recherche en Ingénierie des Systèmes (LARIS). Le LARIS est une unité de recherche pluridisciplinaire en sciences et technologies dépendant de l'Université d'Angers (UA). Le laboratoire regroupe des chercheurs de cinq composantes de l'UA (Polytech Angers, IUT Angers-Cholet, Faculté des Sciences, Faculté de Santé, UFR ESTHUA), du CHU d'Angers et de l'UCO (<https://laris.univ-angers.fr/fr/home.html>). Plus spécifiquement, la thèse se fera en collaboration avec les chercheurs de l'axe «Robotique et calculs ensemblistes» de l'équipe SDO (Système Dynamiques et Optimisation).

<https://laris.univ-angers.fr/fr/le-laboratoire/equipe-sdo.html>.

## Financement

La thèse sera financée dans le cadre d'un contrat doctoral de droit public (2300€ bruts mensuels)

## Contact

Sébastien Lahaye, Sébastien Lagrange, Remy Guyonneau et Rafael Accácio Nogueira

{sebastien.lahaye,sebastien.lagrange,remy.guyonneau,r.nogueira} at univ-angers.fr

## Candidature

Pour postuler veuillez visiter l'annonce officielle

<https://amethis.doctorat.org/amethis-client/prd/consulter/offre/2938>

## Références

- [Jau+01] Luc JAULIN et al. *Applied interval analysis*. en. 2001<sup>re</sup> éd. London, England : Springer, août 2001. ISBN : 1-85233-219-0.
- [BV04] Stephen BOYD et L. VANDENBERGHE. *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004. ISBN : 0521833787. DOI : 10.1017/cbo9780511804441.
- [Thr+04] Sebastian THRUN et al. "FastSLAM: An Efficient Solution to the Simultaneous Localization And Mapping Problem with Unknown Data". In : *Journal of Machine Learning Research* 4 (mai 2004).
- [LHD06] Cindy LEUNG, Shoudong HUANG et Gamini DISSANAYAKE. "Active SLAM using Model Predictive Control and Attractor based Exploration". In : *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 2006, p. 5026-5031. DOI : 10.1109/IR0S.2006.282530.
- [BTV09] Florence BENEZIT, Patrick THIRAN et Martin VETTERLI. "Interval consensus: From quantized gossip to voting". In : *2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. 2009, p. 3661-3664. DOI : 10.1109/ICASSP.2009.4960420.



- [Le +10] Fabrice LE BARS et al. "Interval SLAM for underwater robots; a new experiment". In : *IFAC Proceedings Volumes* 43.14 (2010). 8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, p. 42-47. ISSN : 1474-6670. DOI : 10.3182/20100901-3-IT-2016.00083.
- [Sli11] Jan SLIWKA. "Méthodes ensemblistes pour une localisation robuste de robots sous-marins". Thèse de doctorat dirigée par Jaulin, Luc Mathématiques Brest 2011. Thèse de doct. 2011.
- [Her+12] Pau HERRERO et al. "An Efficient Implementation of the Sivia Algorithm in a High-Level Numerical Programming Language". In : *Reliab. Comput.* 16 (2012), p. 239-251.
- [Guy13] Rémy GUYONNEAU. "Méthodes ensemblistes pour la localisation en robotique mobile". Thèse de doctorat dirigée par Hardouin, Laurent Automatique et génie informatique Angers 2013. Thèse de doct. 2013, 1 vol. (ix-248 p.)
- [Sco+16] Joseph K. SCOTT et al. "Constrained Zonotopes: A New Tool for Set-Based Estimation and Fault Detection". In : *Automatica* 69 (juill. 2016), p. 126-136. ISSN : 0005-1098. DOI : 10.1016/j.automatica.2016.02.036.
- [LQ18] Jingwen LUO et Shiyin QIN. "A Fast Algorithm of SLAM Based on Combinatorial Interval Filters". In : *IEEE Access* 6 (2018), p. 28174-28192. DOI : 10.1109/ACCESS.2018.2838112.
- [Mus+18] Mohamed MUSTAFA et al. "Guaranteed SLAM—An interval approach". In : *Robotics and Autonomous Systems* 100 (2018), p. 160-170. ISSN : 0921-8890. DOI : 10.1016/j.robot.2017.11.009.
- [Bof+19] Nicoletta BOF et al. "Multiagent Newton-Raphson Optimization Over Lossy Networks". In : *IEEE Transactions on Automatic Control* 64.7 (2019), p. 2983-2990. DOI : 10.1109/TAC.2018.2874748.
- [Lu+19] Quoc-Hung LU et al. "Optimally bounded Interval Kalman filter". In : *2019 IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC)*. 2019, p. 379-384. DOI : 10.1109/CDC40024.2019.9028918.
- [Fon+20] Angela FONTAN et al. "Interval Consensus for Multiagent Networks". In : *IEEE Transactions on Automatic Control* 65.5 (2020), p. 1855-1869. DOI : 10.1109/TAC.2019.2924131.
- [Reg+20] Brenner S. REGO et al. "Guaranteed methods based on constrained zonotopes for set-valued state estimation of nonlinear discrete-time systems". In : *Automatica* 111 (2020), p. 108614. ISSN : 0005-1098. DOI : 10.1016/j.automatica.2019.108614.
- [PS23] Jinaykumar PATEL et Kamesh SUBBARAO. "Rendezvous and Proximity Operations using Model Predictive Control based on Set Membership Filter". In : *2023 American Control Conference (ACC)*. 2023, p. 4258-4263. DOI : 10.23919/ACC55779.2023.10155840.
- [Reg+24] Brenner S. REGO et al. "Reachability Analysis of Nonlinear Discrete-Time Systems Using Polyhedral Relaxations and Constrained Zonotopes\*". In : *2024 IEEE 63rd Conference on Decision and Control (CDC)*. 2024, p. 7032-7037. DOI : 10.1109/CDC56724.2024.10886592.
- [BFJ25] Rahma BENGAMRA, Soheib FERGANI et Carine JAUBERTHIE. "Efficient zonotope reduction via hyperplane zonotopic contractors for uncertainty representation". In : *IFAC-PapersOnLine* 59.14 (2025). 15th IFAC Workshop on Adaptive and Learning Control Systems ALCOS 2025, p. 67-72. ISSN : 2405-8963. DOI : 10.1016/j.ifacol.2025.12.127.
- [Dia25] Algassimou DIALLO. "Méthode garantie de résolution de problème d'optimisation non linéaire". Thèse de doctorat dirigée par Lahaye, Sébastien et Lagrange, Sébastien Automatique, productique et robotique Angers 2025. Thèse de doct. 2025.
- [Reg+25] Brenner S. REGO et al. "ZETA: a library for Zonotope-based EsTimation and fAult diagnosis of discrete-time systems". In : *2025 IEEE 64th Conference on Decision and Control (CDC)*. 2025, p. 2420-2427. DOI : 10.1109/CDC57313.2025.11312660.
- [VKR25] Alyssa VELLUCCI, Justin KOELN et Justin RUTHS. "Designing Time-Varying Input Sets for Safety and Performance using Constrained Zonotopes". In : *2025 American Control Conference (ACC)*. 2025, p. 4922-4927. DOI : 10.23919/ACC63710.2025.11107739.

