Sujet Master Recherche 2 SDS 2022/2023 : Recherche de solutions mathématiques exactes de fonctions temporelles singulières de type exponentiel

F. Guégnard[1]

[1] Univ. Angers, LARIS, IUT Angers-Cholet, F-49000 Angers, France
frederic.guegnard@univ-angers.fr

Mots-clés *: Ordonnancement, problèmes à une machine, fonctions exponentielles.*

1 Introduction

Le but de nos travaux est de considérer les fonctions temporelles de type exponentiel avec la singularité d'avoir toujours la même valeur initiale *a* et la même valeur finale *b* mais une décroissance différente dépendant du paramètre λ_i .

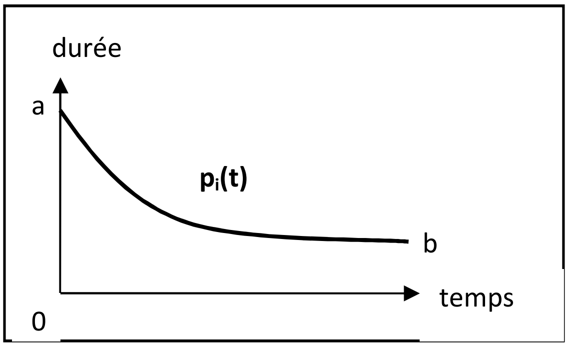

FIG. 1 – $1 \mid p_i(t) = b + (a-b).e^{-\lambda_i.t} \mid C_{\max}$

Dans le cas de ces fonctions exponentielles singulières, nous avons décidé de considérer le cas de fonctions décroissantes (ce qui permet d'écrire $a - b > 0$), avec une valeur initiale positive : $p_i(0) = b + (a-b).e^{-\lambda_i.0} = a$ ($a > 0$) et une valeur finale positive : $\lim_{p \to \infty} p_i(t) = b$ ($b > 0$). Le paramètre λ_i appartient à l'ensemble $]0,1[$.

Notre démarche consiste à étudier la contrainte disjonctive entre 2 tâches *i* et *j* afin de définir un ensemble de contraintes de précédence. Pour cela, nous écrivons mathématiquement cette contrainte et nous essayons d'en extraire le maximum d'informations : à savoir l'écriture d'une contrainte de précédence dépendant du temps et la détermination d'une « date pivot » t^* .

2 Ecriture mathématiques de la problématique

Considérons deux tâches i et j et notons leur durée d'exécution par les fonctions temporelles suivantes : $p_i(t) = b + (a-b).e^{-\lambda_i.t}$ et $p_j(t) = b + (a-b).e^{-\lambda_j.t}$. Pour plus de lisibilité, on note $c = a - b$. Nous formulons l'hypothèse que $\lambda_i < \lambda_j$ (si ce n'est pas le cas, il suffit de renuméroter les deux tâches).

Pour ordonnancer ces deux tâches, deux cas sont alors envisageables : i avant j, noté $p_{i->j}(t)$, ou j avant i, noté. On note : $p(t) = p_{j->i}(t) - p_{i->j}(t)$, la différence entre les deux expressions. On peut alors écrire : $p(t) = c.\left[e^{-\lambda_j.t} - e^{-\lambda_i.t}\right] + c.\left[e^{-\lambda_i.\left(t+b+c.e^{-\lambda_j.t}\right)} - e^{-\lambda_j.\left(t+b+c.e^{-\lambda_i.t}\right)}\right]$.

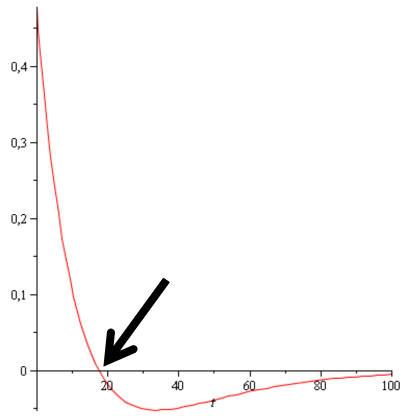

FIG. 2 – Graphe de la fonction *p(t)*

2.1 Méthodes de résolution proposée

Le but de nos travaux est alors d'étudier les variations de cette fonction $p(t)$ et de valider dans un premier temps l'existence d'une « date pivot » et dans un deuxième temps de déterminer numériquement la valeur de la « date pivot ». Il faut alors envisager plusieurs méthodes :

- Méthode exacte,
- Méthode par dichotomie de l'intervalle de recherche.

Les travaux sur l'existence cette date pivot pourront se faire sous la forme de simulations suivant différentes valeurs du couple $\left[\lambda_i , \lambda_j\right]$.

Références

[1] F. Guégnard, Analyse d'une classe particulière de problèmes à une machine avec fonctions temporelles singulières de type exponentiel. ROADEF'2022, 23ème congrès annuel de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, Lyon, 23-25 février 2022.

[2] F. Guégnard, F. Bousseau, M. Bourcerie. Problèmes à une machine avec fonctions temporelles : état de l'art et derniers avancements. *CNR IUT*, 2010.

[3] S. Gawiejnowicz. *Time-Dependent Scheduling*. Springer-Verlag, 2008.